

Facoltà di Ingegneria
Fisica II – 13.6.2006 – Compito A

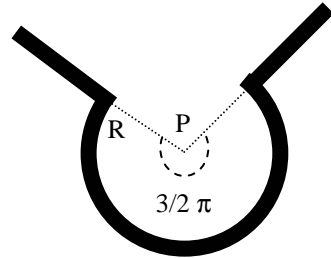
Esercizio n.1

Un filo di materiale isolante, con densità di carica lineare λ costante, viene piegato fino ad assumere la forma mostrata in figura (la parte circolare ha raggio R e forma un arco con angolo al centro di $3/2 \pi$, i due tratti rettilinei sono ciascuno di lunghezza R). Calcolare il potenziale elettrico nel punto P (centro della parte circolare)

Successivamente una carica Q puntiforme viene collocata nel punto P .

Calcolare l'energia potenziale elettrostatica della carica puntiforme Q .

Rispondere quindi alle seguenti domande



1. La carica di tutto il filo vale:
 - A. λR
 - B. $4\pi\lambda R$
 - C. $\lambda R(2 + \frac{3}{2}\pi)$ (*)
 - D. $\lambda R(\frac{3}{4}\pi)$
2. Il potenziale nel punto P generato dalla carica dei soli due tratti rettilinei di filo vale, rispetto all' ∞ dove è nullo:
 - A. $\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}(2\pi + \ln 2)$
 - B. $\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}(\ln 2)$ (*)
 - C. $\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}$
 - D. $\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0}$
3. Il potenziale nel punto P generato dalla carica della parte curvilinea di filo vale, rispetto all' ∞ dove è nullo:
 - A. $\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0}(\frac{3}{2}\pi)$ (*)
 - B. $\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}(\ln 2)$
 - C. $\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} + 2 R$
 - D. $\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0}$
4. L'energia potenziale elettrostatica della carica Q quando è posta nel punto P vale, rispetto all' ∞ dove è nulla:
 - A. $Q \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R}$
 - B. $Q \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}(\ln 2)$
 - C. $Q \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} + 2 R$
 - D. $Q \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0}(\frac{3}{2}\pi + 2 \ln 2)$ (*)

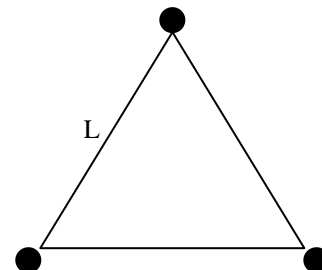
Esercizio n.2

Tre cariche di uguale valore Q e ugual segno sono poste ai vertici di un triangolo equilatero di lato L , come in figura. Calcolare il modulo del campo elettrico al centro del triangolo, il modulo della forza esercitata su una delle tre cariche dalle altre due cariche, l'energia potenziale elettrostatica del sistema e il lavoro necessario per spostare le cariche dalla configurazione iniziale ad una configurazione in cui le tre cariche sono poste ai vertici di un triangolo equilatero di lato $L/2$.

Valori numerici : $Q = 10^{-4} \text{ C}$; $L = 0.5 \text{ m}$; $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$

Rispondere quindi alle seguenti domande:

5. Il modulo del campo elettrico al centro del triangolo vale:
 - A. 0 N/C (*)
 - B. 0.5 N/C
 - C. 1 N/C
 - D. 10^4 N/C
6. Il modulo della forza esercitata su una delle tre cariche dalle altre due cariche vale:
 - A. 60 N
 - B. 0 N
 - C. $6.23 \cdot 10^2$ N (*)
 - D. 0.5 N
7. L'energia potenziale elettrostatica del sistema vale:
 - A. 0 J
 - B. 10^5 J
 - C. $5.40 \cdot 10^2$ J (*)
 - D. 44 J
8. Il lavoro necessario per spostare le cariche dalla configurazione iniziale ad una configurazione in cui le tre cariche sono poste ai vertici di un triangolo equilatero di lato $L/2$ vale:
 - A. $5.4 \cdot 10^2$ J (*)
 - B. 0 J
 - C. $-5.4 \cdot 10^2$ J
 - D. $6.2 \cdot 10^5$ J

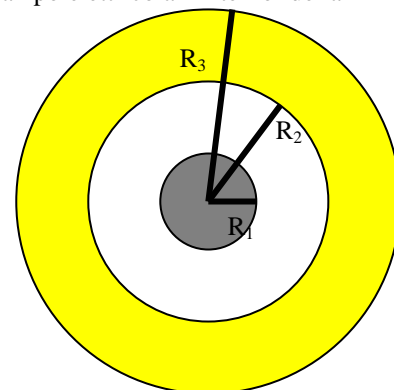


Esercizio 3

Una sfera isolante di raggio R_1 porta una carica distribuita con simmetria sferica e con densità volumica variabile con la distanza dal centro della sfera $\rho(r) = \alpha r^2$. Un conduttore sferico cavo concentrico alla sfera di raggio R_1 , avente raggio interno R_2 e raggio esterno R_3 , ha una carica totale nulla. Calcolare la carica totale della sfera isolante di raggio R_1 , e le cariche indotte sulla superficie interna ed esterna del conduttore. Calcolare inoltre il campo elettrico nello spazio vuoto tra la sfera isolante e il conduttore sferico in funzione della distanza r dal centro, ed il campo elettrico all'interno della sfera isolante a una distanza $R_1/2$ dal centro.

Rispondere quindi alle seguenti domande:

9. La carica totale della sfera isolante vale:
 - A. $\frac{4\pi\alpha}{3} R_1^5$
 - B. $4\pi\alpha R_1^3$
 - C. $\frac{4\pi\alpha}{3} R_1^3$
 - D. $\frac{4\pi\alpha}{5} R_1^5$ (*)
10. La carica indotta sulla superficie interna del conduttore vale:
 - A. $\frac{4\pi\alpha}{3} R_1^3$
 - B. 0



- C. $-\frac{4\pi\alpha}{3}R_1^3$
 D. $-\frac{4\pi\alpha}{5}R_1^5$ (*)

11. La carica indotta sulla superficie esterna del conduttore vale:

- A. $\frac{4\pi\alpha}{5}R_1^5$ (*)
 B. $\frac{4\pi\alpha}{3}R_1^3$
 C. 0
 D. $-\frac{4\pi\alpha}{5}R_1^5$

12. Il campo elettrico nello spazio vuoto tra la sfera isolante e il guscio sferico conduttore, come funzione della distanza dal centro, vale:

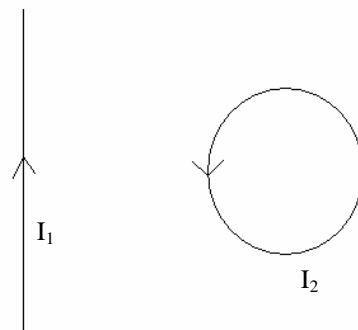
- A. $\frac{4\pi\alpha R_1^3}{3\epsilon_0 r^2}$
 B. $\frac{\alpha R_1^5}{5\epsilon_0 r^2}$ (*)
 C. 0
 D. $\frac{4\pi\alpha R_1^5}{5\epsilon_0 r^2}$

13. Il campo elettrico all'interno della sfera isolante, a una distanza $R_1/2$, dal centro vale:

- A. $\frac{\alpha R_1^3}{40\epsilon_0}$ (*)
 B. $\frac{\alpha R_1^3}{10\epsilon_0}$
 C. $\frac{\pi\alpha R_1^3}{10\epsilon_0}$
 D. $\frac{2\pi\alpha R_1^3}{5\epsilon_0}$

Esercizio 4

Nella figura il conduttore rettilineo indefinito è percorso da una corrente I_1 , e si trova nello stesso piano della spira circolare percorsa da una corrente I_2 . La spira di raggio R è posta in modo che il centro della spira disti una distanza $d > R$ dal filo. I versi delle correnti sono indicati in figura.
 Calcolare il campo magnetico totale al centro della spira e rispondere alle seguenti domande:



14. Le linee del campo magnetico generato dal filo rettilineo percorso da corrente sono:

- A. circonferenze concentriche al filo, con verso orario se osservate dall'alto
 B. circonferenze concentriche al filo, con verso antiorario se osservate dall'alto (*)
 C. linee parallele al filo, con verso diretto in alto
 D. linee parallele al filo, con verso diretto in basso

15. Il campo magnetico generato dalla spira al centro della spira è diretto:

- A. verso il basso
- B. verso l'alto
- C. uscente dal piano (*)
- D. entrante nel piano

16. Il campo magnetico totale al centro della spira è uguale a:

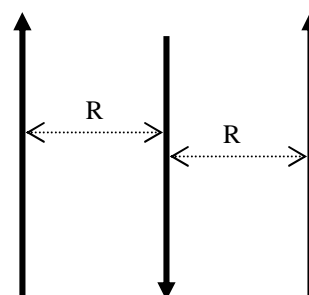
- A. $\frac{\mu_0}{2} \left(\frac{I_1}{\pi R} - \frac{I_2}{d} \right)$
- B. $\frac{\mu_0}{2} \left(\frac{I_1}{R} + \frac{I_2}{\pi d} \right)$
- C. $\frac{\mu_0}{2} \left(\frac{I_2}{\pi R} + \frac{I_1}{d} \right)$
- D. $\frac{\mu_0}{2} \left(\frac{I_2}{R} - \frac{I_1}{\pi d} \right) (*)$

Esercizio 5

Tre fili rettilinei infiniti e paralleli si trovano a distanza R l'uno dall'altro, come mostrato in figura. I fili sono percorsi da correnti di uguale intensità I, i cui versi sono mostrati in figura (fili esterni corrente verso l'alto, filo interno verso il basso). Calcolare la forza per unità di lunghezza che agisce su ciascuno dei tre fili, e rispondere alle seguenti domande:

17. Il modulo della forza per unità di lunghezza che agisce sul filo centrale vale:

- A. $\frac{\mu_0 I^2}{4\pi R}$
- B. $\frac{\mu_0 I^2}{2\pi R}$
- C. 0 (*)
- D. $\frac{3\mu_0 I^2}{4\pi R}$



18. Il modulo della forza totale per unità di lunghezza che agisce su ciascuno dei due fili esterni vale:

- A. $\frac{\mu_0 I^2}{4\pi R} (*)$
- B. $\frac{\mu_0 I^2}{2\pi R}$
- C. 0
- D. $\frac{3\mu_0 I^2}{4\pi R}$

19. La direzione della forza totale che agisce sui fili esterni è:

- A. entrante nel foglio
- B. uscente dal foglio
- C. repulsiva (verso l'esterno) (*)
- D. attrattiva (verso l'interno)

Altri quesiti

20. Un fascio di protoni viaggia orizzontalmente verso un osservatore. Nell'avvicinarsi all'osservatore, attraversa una regione di spazio con un campo magnetico uniforme diretto verticalmente verso il basso. Tale campo deflette il fascio di protoni

- A. verso l'alto
- B. verso il basso
- C. verso la destra dell'osservatore(*)
- D. verso la sinistra dell'osservatore

21. Due condensatori, rispettivamente di capacità C_1 e C_2 , collegati in serie, sono equivalenti ad un singolo condensatore di capacità
- $C_1 + C_2$
 - $\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$ (*)
 - $\frac{C_1 C_2}{C_1 - C_2}$
 - $\frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2}$
22. Uno ione di carica $q=+2e$ entra con una velocità di $2.5 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ in una regione dove vi è un campo magnetico uniforme di intensità 1.2 T . La velocità dello ione è ortogonale alla direzione del campo magnetico. Ricordando che $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, la forza sullo ione risulta:
- $1.3 \cdot 10^{12} \text{ N}$
 - $9.6 \cdot 10^{-14} \text{ N}$ (*)
 - $0.8 \cdot 10^{16} \text{ N}$
 - $5.2 \cdot 10^{13} \text{ N}$
23. Un filo, percorso da una corrente di 10 A , è posto ortogonalmente alle linee di forza di un campo magnetico uniforme \vec{B} . Su un tratto di questo filo, lungo 80 cm , si misura una forza di 0.2 N . Il campo magnetico ha modulo
- 18.0 T
 - 10.4 T
 - 0.52 T
 - 2.5 mT (*)
24. Una bobina di 20 spire ha un'area di 800 mm^2 ed è percorsa da una corrente di 0.5 A . La bobina è collocata con il suo asse perpendicolarmente alle linee di forza di un campo magnetico uniforme \vec{B} di intensità 0.3 T . Calcolare il momento meccanico sulla bobina \vec{m} sulla bobina, ricordando che $\vec{m} = I \vec{S} \wedge \vec{B}$:
- $0.52 \cdot 10^{-2} \text{ Nm}$
 - $2.4 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}$ (*)
 - $8.9 \cdot 10^{-1} \text{ Nm}$
 - $2.3 \cdot 10^2 \text{ Nm}$
25. Il coefficiente di mutua induzione tra due circuiti è $M=8 \text{ mH}$. Determinare il modulo della fem indotta nel secondo circuito se la corrente nel primo circuito cambia al ritmo di $4 \frac{\text{kA}}{\text{s}}$:
- 30 mV
 - 8 V
 - 32 V (*)
 - 115 V

Soluzioni

Esercizio n.1

1. Essendo la carica distribuita uniformemente sul filo con densità lineare di carica λ , la carica totale sarà pari a λ per la lunghezza del filo. Quindi la carica totale è pari a $\lambda R(2 + \frac{3}{2}\pi)$.
2. Il potenziale nel punto P generato da un tratto elementare di filo è uguale a $dV = \frac{\lambda dl}{4\pi\epsilon_0 r}$. Integrando quest'espressione su ciascun tratto rettilineo si ottiene $\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0}(\ln 2)$. Il potenziale generato da entrambi i tratti rettilinei è quindi $\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}(\ln 2)$.
3. Integrando sul tratto circolare, otteniamo invece $\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0}(\frac{3}{2}\pi)$.
4. L'energia elettrostatica di una carica posta nel punto P si calcola moltiplicando la carica per il potenziale elettrostatico nel punto P.

Esercizio n.2

5. Per motivi di simmetria, sia la componente x che quella y del campo elettrico sono nulle.
6. Il modulo della forza esercitata su una carica dalle altre due è uguale per le tre cariche. Considerando la carica posta in alto nel triangolo, la componente x della forza è nulla per simmetria. La componente y della forza esercitata da una sola delle altre due cariche è uguale al modulo della forza di Coulomb agente tra le due cariche, $\frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 L^2}$, moltiplicato per il coseno dell'angolo formato dalla congiungente le due cariche con l'asse y, $\cos(60^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$. La forza totale è data quindi da $\frac{\sqrt{3}Q^2}{4\pi\epsilon_0 L^2}$.
7. L'energia potenziale elettrostatica del sistema è uguale alla metà della somma delle energie elettrostatiche di ciascuna carica nel campo generato da tutte le altre. L'energia elettrostatica di ciascuna carica è uguale a $\frac{Q^2}{2\pi\epsilon_0 L}$. L'energia elettrostatica del sistema è uguale quindi a $\frac{3Q^2}{4\pi\epsilon_0 L}$.
8. Il lavoro necessario per spostare le cariche dalla configurazione iniziale ad una configurazione in cui le tre cariche sono poste ai vertici di un triangolo equilatero di lato $L/2$ è uguale alla differenza tra le energie elettrostatiche del sistema nelle due configurazioni. E' uguale quindi a $\frac{3Q^2}{4\pi\epsilon_0 (L/2)} - \frac{3Q^2}{4\pi\epsilon_0 L} = \frac{3Q^2}{4\pi\epsilon_0 L}$.

Esercizio n.3

9. La carica totale della sfera isolante vale $4\pi \int_0^{R_1} \rho(r) r^2 dr = \frac{4\pi\alpha}{5} R_1^5$.
10. Applicando il teorema di Gauss a una superficie tutta interna al guscio sferico conduttore, attraverso la quale il flusso del campo elettrico è nullo, otteniamo che la carica indotta sulla superficie interna del guscio sferico è uguale e contraria alla carica della sfera isolante.
11. Essendo la carica totale del guscio sferico pari a zero, la carica indotta sulla superficie esterna deve essere uguale e contraria a quella indotta sulla superficie interna.
12. Il campo elettrico nello spazio vuoto tra la sfera isolante e il guscio sferico conduttore, come funzione della distanza dal centro, si calcola applicando il teorema di Gauss.

13. Il campo elettrico all'interno della sfera isolante, a una distanza $R_1/2$ dal centro si calcola ugualmente applicando il teorema di Gauss.

Esercizio n.4

14. Le linee del campo magnetico generato dal filo rettilineo percorso da corrente sono circonferenze concentriche al filo, con verso antiorario se osservate dall'alto.
15. Il campo magnetico generato dalla spira al centro della spira è diretto in direzione uscente dal piano.
16. Il campo magnetico totale al centro della spira è uguale alla somma vettoriale di quello generato dal filo rettilineo indefinito, più quello generato dalla spira. Per la prima legge di Laplace si trova che il primo è uguale a $\frac{\mu_0}{2} \frac{I_1}{\pi d}$, mentre il secondo è uguale a $\frac{\mu_0}{2} \frac{I_2}{R}$ con verso opposto.

Esercizio n.5

17. Il modulo della forza per unità di lunghezza che agisce sul filo centrale è uguale a zero per simmetria.
18. Per la seconda legge di Laplace, la forza per unità di lunghezza che agisce su uno dei due fili esterni, esercitata dal filo centrale, è uguale a $\frac{\mu_0 I^2}{2\pi R}$ ed è di tipo repulsivo. La forza per unità di lunghezza esercitata dall'altro filo laterale è uguale invece a $\frac{\mu_0 I^2}{4\pi R}$ ed è di tipo attrattivo. La forza totale per unità di lunghezza è quindi $\frac{\mu_0 I^2}{4\pi R}$.
19. La forza totale che agisce su ciascuno dei due fili esterni è diretta verso l'esterno (repulsiva).